

吉首大学 硕士研究生入学考试自命题考试大纲

考试科目代码: [同等学力加试科目]

考试科目名称: 泛函分析

一、考试形式与试卷结构

1)试卷成绩及考试时间:

本试卷满分为 100 分, 考试时间为 120 分钟。

2)答题方式: 闭卷、笔试

3)试卷内容结构

泛函分析 100%

4)题型结构

- a: 判断题, 20 分
- b: 填空题, 20 分
- c: 计算题, 10 分
- d: 证明题, 50 分

二、考试内容与考试要求

1、距离空间和赋范线性空间

考试内容

(1) 距离空间: 距离空间的概念, 距离空间中的开集闭集, 稠密性与可分性, 连续映射的概念, 距离空间中的完备性, 列紧集, 紧集及其上连续映射, 具体空间列紧集的判定定理, 压缩映射原理及其应用。

(2) 赋范线性空间: 线性空间、范数、赋范线性空间、Banach 空间等概念, 赋范线性空间上范数的等价性, 常见的具体 Banach 空间及其常用的范数的定义。

考试要求

(1) 熟悉距离空间的概念和一些具体的距离空间; 理解距离空间中的开集闭集, 稠密集与空间的可分性; 熟练掌握连续映射的概念、距离空间中的完备性、列紧集和紧集以及其上连续映射的性质; 掌握具体空间列紧集的判定法; 熟练掌握压缩映射原理, 并会用压缩映射原理分析映射的不动点。

(2) 理解线性空间、范数、赋范线性空间等概念; 掌握 Banach 空间、线性赋范空间上范数的等价性; 熟悉某些常见 Banach 空间中常用的范数的定义。

2、有界线性算子与连续线性泛函

考试内容

有界线性算子和连续线性泛函的概念和其性质，线性算子空间、共轭（对偶）空间，某些常见 Banach 空间的共轭空间。

考试要求

掌握有界线性算子和连续线性泛函的概念和其性质，并会计算有界线性算子和连续线性泛函的范数；理解线性算子的连续性和有界性，熟悉算子空间、共轭（对偶）空间的基本性质和某些常见 Banach 空间的共轭空间。

3、Hilbert 空间

考试内容

内积空间的基本概念与基本性质、几何特征、正交系、正规正交基、正交化，Hilbert 空间的同构，射影定理、Hilbert 空间上的 Riesz 表示定理。

考试要求

熟悉内积空间的基本概念与基本性质、几何特征；熟练掌握正交系、正规正交基、正交化、射影定理；理解 Hilbert 空间的同构、Hilbert 空间上的 Riesz 表示定理。

4、Banach 空间的基本定理

考试内容

Hahn-Banach 延拓定理及其推论，Riesz 表示定理及应用，共轭算子及其性质，第一、第二纲的集，纲定理，一致有界定理及应用，开映射定理，闭图象定理，弱收敛和弱*收敛。

考试要求

熟练掌握 Hahn-Banach 延拓定理的推论、Riesz 表示定理、一致有界定理及应用、开映射定理、闭图象定理；掌握共轭算子及其性质；理解 Hahn-Banach 延拓定理、第一、第二纲的集；了解弱收敛和弱*收敛。

三、参考书目

- [1] 程其襄等，实变函数论与泛函分析基础，高等教育出版社。
- [2] 夏道行等，实变函数与泛函分析（下册），高等教育出版社。